



Bilkent Üniversitesi  
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Şubat 2024

**Soru:**

6543 kentten oluşan bir ülkede herhangi iki kent arasında 15 uçak şirketinin biri tarafından çift yönlü uçuşlar yapılıyor.  $n$  sayısının en küçük hangi değerinde, bu uçuşlar nasıl düzenlenirse düzenlensin, her zaman öyle  $n$  uçak şirketi bulunabilir ki, sadece bu  $n$  uçak şirketinin uçuşlarını kullanarak her kentten her kente ulaşım olanaklı olsun.

**Çözüm:** Cevap: 8.

15 uçak şirketini 8 ve 7 şirketten oluşan A and B gruplarına ayıralım ve sadece A grubuna dahil olan uçak şirketlerinin uçuşlarını kullanarak bir X kentinden başka bir Y kendine ulaşamadığımızı varsayalım. O zaman X ve Y kentleri arasındaki direkt uçuş ve her Z kenti için ya Z ile X ya da Z ile Y arasındaki direkt uçuş B grubu tarafından yapılıyor. Bu durumda sadece B grubundaki uçak şirketlerinin uçuşlarını kullanarak her kentten her kente ulaşıyor. Sonuç olarak her zaman her kentten her kente ulaşımı sağlayan 8 uçak şirketi bulunuyor.

Şimdi de herhangi 7 uçak şirketinin yeterli olmadığı bir örnek verelim. 15 uçak şirketinden 7 tanesi  $\binom{15}{7} = 6435$  farklı şekilde seçilebilir. Bu seçimler ve 6435 farklı kent arasında birebir eşleme yapalım.  $6435 < 6543$  olduğundan böyle bir eşleme yapılabilir. Uçak seferlerini, bu 6435 kentin her biri için bu kentten yapılan uçuşların bu kente karşılık gelen 7 uçak şirketi dışındaki 8 uçak şirketi tarafından yapıldığı şekilde ayarlayalım.  $8 + 8 > 15$  olduğundan bu kentlerden herhangi ikisinden yapılan uçuşları organize eden ortak uçak şirketi bulunur ve dolayısıyla bu iki kent arasındaki direkt seferleri düzenleyen şirket doğru şekilde seçilebilir. Buna göre, herhangi 7 şirket seçildiğinde, bu şirketlere karşılık gelen kentten bu 7 şirketle herhangi bir uçuş yapılamıyor ve sonuç olarak 7 şirket ulaşımın olanaklı olmasını garantileyemez.