



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Aralık 2023

Soru:

Bir masa üzerinde birkaç kırmızı ve birkaç beyaz kutu var. Bu kutuların her birinde en az bir top bulunuyor ve her topun üzerinde 1111 sayısından büyük olmayan bir pozitif tam sayı yazılmıştır.

† Herhangi iki kutuda farklı sayıda top bulunuyor.

†† Aynı kutuda bulunan herhangi iki topun üzerindeki sayılar farklıdır.

††† Her $1 \leq i \leq 1111$ sayısı için en fazla bir kırmızı kutunun içinde üzerinde i sayısı yazılmış bir top bulunuyor.

†††† Her $1 \leq i \leq 1111$ sayısı için en fazla bir beyaz kutunun içinde üzerinde i sayısı yazılmış bir top bulunuyor .

Masa üzerindeki toplam kutu sayısının alabileceği en büyük değeri bulunuz.

Çözüm: Cevap: 66.

Masa üzerindeki toplam kutu sayısı n ve bu kutulardaki top sayıları $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ olsun. Koşullara göre,

$$2 \cdot 1111 \geq \sum_{i=1}^n a_i \geq \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

olduğundan buradan $n \leq 66$ gelir. Şimdi de $n = 66$ için bir örnek verelim. İçerdikleri top sayıları $1, 2, \dots, 15, 16, 18, 19, \dots, 46, 47$ olan 46 kırmızı ve içerdikleri top sayıları $17, 48, 49, \dots, 46, 47$ olan 20 beyaz kutu örneği, aynı renkli kutu gruplarında 1111 ve 1100 top olduğundan olanaklıdır.