



Bilkent Üniversitesi  
Matematik Bölümü

## AYIN SORUSU

Ağustos 2005

**Soru:** Her  $n$  tamsayısı için

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + x_5^3 = n$$

denkleminin tamsayı çözümü olduğunu ispatlayınız.

**Çözüm:** Öncelikle,  $n = 6k$  olan her sayının dört küpün toplamı olarak yazılabileceğini gösterelim:

$$(k + 1)^3 + (-k)^3 + (-k)^3 + (k - 1)^3 = 6k.$$

Ayrıca,

$$n = 6k + 1 = 6k + 1^3$$

$$n = 6k + 2 = 6(k - 1) + 2^3$$

$$n = 6k + 3 = 6(k - 4) + 3^3$$

$$n = 6k + 4 = 6(k + 2) + (-2)^3$$

$$n = 6k + 5 = 6(k + 1) + (-1)^3$$

olduğundan, denkleminin her  $n$  değeri için tamsayı çözümü olduğu ispatlanmış olur.