



Bilkent Üniversitesi  
Matematik Bölümü

## AYIN SORUSU

Mart 2020

### Soru:

$2020 \times 2020$  bir satranç tahtasının her birim karesi beyaz veya kırmızıya boyanıyor. Her iki satır ve her iki sütun için, bunların kesişimindeki dört birim kareden, aynı satırda veya aynı sütunda yer alan aynı renkli iki tanesi bulunmaktadır. Buna göre, tek bir renge boyanmış satır ve sütunların toplam sayısının alabileceği en küçük değeri bulunuz.

### Çözüm: Cevap: 2.

Her birim karesi beyaz veya kırmızıya boyanmış  $2020 \times 2020$  bir satranç tahtasında herhangi iki satır ve herhangi iki sütun için, bunların kesişimindeki dört birim kareden, aynı satırda veya aynı sütunda yer alan aynı renkli iki tanesi bulunuyorsa bu boyamaya *iyi* boyama diyelim.

Her iyi boyamada tek renge boyanmış satır ya da sütunların toplam sayısının en az 2 olduğunu göstereyim. Tek renge boyanmış satır ya da sütunların toplam sayısı 1 olsun. Genelliği bozmadan,  $L$  satırının beyaz renge boyandığını varsayalım.  $A$  satırı ile  $B$  sütununun kesişiminde yerleşen birim kare  $(A, B)$  olsun.  $M$ , en fazla sayıda kırmızı birim kere içeren satır olsun.  $M$  tek renge boyalı olmadığı için bir  $S$  sütunu için  $(M, S)$  beyaz olacaktır.  $S$  tek renge boyalı olmadığı için bir  $N \neq L$  satırı için  $(N, S)$  kırmızı olacaktır. O zaman  $M$  nin en fazla sayıda kırmızı birim kere içerdiği nedeniyle bir  $T$  sütunu için  $(M, T)$  kırmızı ve  $(N, T)$  beyaz olacaktır. Sonuç olarak  $M, N$  satırlarıyla  $S, T$  sütunlarının koşulları sağlamadığı ve boyamanın iyi olmadığı elde ediliyor. Tek renge boyalı herhangi bir satır ve sütunun olmadığı durumda da boyamanın iyi olmadığını aynı şekilde gösterebiliriz.

$2020 \times 2020$  satranç tahtasının bir  $A$  satırı ve bir  $B$  sütunu kırmızı, kalan tüm birim karelerin beyaz olduğu boyama sadece 2 tane tek renge boyalı satır veya sütun içeren bir iyi boyamadır. Çözüm tamamlanmıştır.