



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Mayıs 2015

Soru:

2015×2015 satranç tahtasının birim karelerinden oluşan (u_1, u_2, u_3) üçlüsüne; u_1 ve u_2 aynı sütunda, u_1 karesi u_2 den daha yukarıda, u_3 karesi u_2 ile aynı satırda ve u_2 den sağda ise L -üçlüsü diyelim. 2015×2015 satranç tahtasının her birim karesi k renkten birine; her L -üçlüsü tek renge boyanmayacak koşuluyla boyanabiliyorsa, k nın alabileceği en küçük değer nedir?

Çözüm: Cevap: $k = 1008$.

Renklerden biri kırmızı olsun. Kırmızı renge boyalı birim karelerin sayısının en fazla 4029 olduğunu gösterelim. Her satırın kırmızı birim karelerinin en sağdakini işaretleyelim. O zaman L -üçlünün oluşmaması için her sütunda en fazla bir işaretlenmemiş kırmızı birim kare olabilir (sunucu sütunda işaretlenmemiş kare zaten olamaz). Demek ki en fazla 2015 işaretlenmiş ve 2014 işaretlenmemiş kırmızı birim kare olabilir. Buradan $k \geq \frac{2015 \cdot 2015}{4029} > 1007$. $k = 1008$ için örnek: satırları yukarıdan aşağıya, sütunları soldan sağa $1, 2, \dots, 2015$ sayılarıyla numaralandıralım ve i . satırda j . sütunun kesişiminde bulunan (i, j) karesini $\lfloor \frac{(i+j) \pmod{2016}}{2} \rfloor$ rengine boyayalım.