



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Şubat 2015

Soru:

2015 ardışık pozitif tam sayıdan oluşan ve tam olarak 15 asal sayı içeren bir küme bulunabilir mi?

Çözüm: Cevap: *evet*.

Her pozitif n tam sayısı için $f(n)$, $[n, n + 2014]$ aralığındaki asal sayıların sayısı olsun. Bir pozitif k tam sayısı için $f(k) = 15$ olduğunu gösterelim. İlk önce,

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 sayıları asal olduğundan $f(1) \geq 15$.
- her $2 \leq l \leq 2016$ için $2016! + l$ asal olmadığından $f(2016! + 2) = 0$.

Tanımlara göre, her n pozitif n tam sayısı için $f(n + 1) - f(n)$ ifadesi sadece 0, -1 veya 1 değerlerini alabiliyor. Başka bir deyişle, n 1 artınca $f(n)$ en fazla 1 değişebiliyor. O zaman n , sırasıyla 1 den $2016! + 2$ ye kadar tüm değerleri alınca, $f(n)$ her defasında en fazla 1 değişerek 15'den büyük bir sayıdan başlayarak 0'a dönüşüyor. Demek ki, bir $1 < k < 2016! + 2$ sayısı için $f(k) = 15$ olma zorundadır.