



Bilkent Üniversitesi  
Matematik Bölümü

## AYIN SORUSU

Nisan 2012

### Soru:

Düzlem üzerindeki  $x_1, x_2, \dots, x_n$  noktalarının herhangi üçü doğrudan değildir. Köşeleri  $x_k, x_l, x_m$  noktaları olan üçgenin tam olarak dışında kalan nokta sayısını  $f(x_k, x_l, x_m)$  ile gösterelim.

$$\sum f(x_k, x_l, x_m) \geq \frac{3n-9}{4} \binom{n}{3}$$

olduğunu kanıtlayınız (eşitsizlikteki toplam, tüm sıralı olmayan  $(x_k, x_l, x_m)$  üçlüleri üzerinden hesaplanmıştır).

### Çözüm:

$\sum f(x_k, x_l, x_m)$  sayısı, üçgen ve bu üçgen dışında kalan nokta ikililerinin toplamına eşittir. Herhangi dört nokta alındığında, bu noktaların toplam etkisi en az 3 olacaktır (bir nokta diğer üç noktanın oluşturduğu üçgenin içinde yerleşiyorsa). O zaman,

$$\sum f(x_k, x_l, x_m) \geq 3 \cdot \binom{n}{4} = \frac{3n-9}{4} \binom{n}{3}$$

olduğunu elde ediyoruz.