



Bilkent Üniversitesi  
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Ocak 2012

**Soru:**

$i, j = 1, 2, \dots, 2012$  olmak üzere,  $a_{i,j}$  sayıları aşağıdaki koşulları sağlıyor:

- $a_{i,j} = 0$  veya 1
- Herhangi  $k$  ve  $l$  için  $a_{k,l} = 1$  ise,  $\sum_{j=1}^{2012} a_{k,j}$  ve  $\sum_{i=1}^{2012} a_{i,l}$  toplamlarının en az biri en fazla 2 dir.

Bu durumda  $A = \sum_{i=1}^{2012} \sum_{j=1}^{2012} a_{i,j}$  ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

**Çözüm:**

Cevap: 8040. İlk önce,  $A \leq 8040$  olduğunu gösterelim.  $a_{k,l} = 1$  durumunda

$\sum_{j=1}^{2012} a_{k,j} \leq 2$  ise  $k$  1 -iyi;  $\sum_{i=1}^{2012} a_{i,l} \leq 2$  ise  $l$  2-iyi olsun.

1-iyi olan 2012 tane  $k$  varsa,  $A \leq 2 \cdot 2012 = 4024$ .

2-iyi olan 2012 tane  $l$  varsa,  $A \leq 2 \cdot 2012 = 4024$ .

1-iyi olan 2011 tane  $k$  varsa,  $A \leq 2 \cdot 2011 + 2012 = 6036$ .

2-iyi olan 2011 tane  $l$  varsa,  $A \leq 2 \cdot 2011 + 2012 = 6036$ .

1-iyi olan  $k$  ların sayısı en fazla 2010 ve 2-iyi olan  $l$  lerin sayısı en fazla 2010 ise,  $A$  nın sıfırdan farklı terim sayısı en fazla  $2 \cdot 2010 + 2 \cdot 2010 = 4020$  oluyor ve  $A \leq 8040$ .

Şimdi  $A = 8040$  için örnek verelim.  $a_{i,j}$ , tüm

$i = 1$  ve  $2 \leq j \leq 2011$ ;

$i = 2012$  ve  $2 \leq j \leq 2011$ ;

$j = 1$  ve  $2 \leq i \leq 2011$ ;

$j = 2012$  ve  $2 \leq i \leq 2011$

$(i, j)$  ikilileri için 1, diğer tüm ikililer için 0 olsun. Bu durumda koşullar sağlanıyor ve  $A = 8040$  oluyor.