



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Ocak 2010

Soru:

M , ilk 20 doğal sayının kareleri kümesi olsun:

$$M = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, 20^2\}.$$

M nin n elemanlı herhangi bir altkümesinin, toplamları asal sayı olan iki a ve b elemanları bulunuyorsa, n sayısına **iyi** sayı diyelim. En küçük **iyi** sayı kaçtır?

Çözüm:

Cevap: $n = 11$.

$K = \{1^2, 3^2, 5^2, \dots, 17^2, 19^2\}$ olsun. K kümesinin herhangi iki elemanının toplamı asal değildir, dolayısıyla $n \geq 11$.

Şimdi $n \leq 11$ olduğunu kanıtlayalım. M kümesinin elemanlarını, herbiri 2 elemandan oluşan ve bu elemanların toplamı asal olan 10 tane altkümeye dağıtalım:

$$M = \{1^2, 4^2\} \cup \{2^2, 3^2\} \cup \{5^2, 8^2\} \cup \{6^2, 11^2\} \cup \{7^2, 10^2\} \cup \{9^2, 16^2\} \cup \{12^2, 13^2\} \cup \{14^2, 15^2\} \cup \{17^2, 18^2\} \cup \{19^2, 20^2\}.$$

M nin 11 elemanlı her altkümesi bu 10 altkümeden en az birini içerecektir. Çözüm tamamlandı.