



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Ekim 2010

Soru:

Derecesi 2010 olan P gerçel polinomunun 2010 tane birbirinden farklı gerçel kökü var. P polinomunun sıfırdan farklı katsayılarının sayısı $q(P)$ olsun. $q(P)$ nin alabileceği en küçük değer nedir?

Çözüm:

P polinomunu herhangi iki kökünün arasında P' polinomunun bir kökü vardır. Dolayısıyla P' polinomunun $n - 1$ tane farklı gerçel kökü vardır. P^k , P polinomunun k . türevi olsun. Benzer şekilde P^k polinomunun $2010 - k$ tane farklı gerçel kökü vardır. a_l ve a_{l-1} , P polinomunun iki komşu katsayısı olsun. $a_l = a_{l-1} = 0$ olursa, P^l polinomunun son iki katsayısı (x ve x^0 katsayıları) sıfıra eşit olur ve dolayısıyla 0 sayısı P^l polinomunun çokkatlı kökü olur. Fakat, P^l polinomunun $2010 - l$ tane farklı gerçel kökü vardır. Demek ki herhangi iki komşu katsayıdan en az biri sıfır olamaz ve $q(P) \geq 1006$. 2010 dereceli ve 2010 farklı gerçel köklü $P(x) = \prod_{s=1}^{1005} (x^2 - s^2)$ polinomunun tam olarak 1006 katsayısı sıfırdan farklıdır. Sonuç olarak, $q(P) = 1006$.