



Bilkent Üniversitesi  
Matematik Bölümü

## AYIN SORUSU

Eylül 2010

### Soru:

Her  $(a, b, c)$  üçlüsü için  $\Delta(a, b, c) = \max(|a - b|, |b - c|, |c - a|)$ . Her  $x \in [0, 1]$  için  $-1 \leq ax^2 + bx + c \leq 1$  ise,  $(a, b, c)$  üçlüsü iyi üçlü olsun. Tüm iyi üçlüler için  $\Delta(a, b, c) \leq C$  koşulunu sağlayan en küçük  $C$  sabiti kaçtır?

### Çözüm:

$f(0) = c$ ,  $f(1/2) = a/4 + b/2 + c$  and  $f(1) = a + b + c$  olduğundan  
 $a = 2f(0) + f(1) - 4f(1/2)$ ,  $b = -3f(0) - f(1) + 4f(1/2)$  ve  $c = f(0)$  elde ediyoruz.  
Buradan  $|a - b| = |5f(0) + 3f(1) - 8f(1/2)| \leq 16$ ,  $|b - c| = |-4f(0) - f(1) + 4f(1/2)| \leq 9$  ve  $|c - a| = |-f(0) - 2f(1) + 4f(1/2)| \leq 7$ .  
Sonuç olarak  $\Delta(a, b, c) \leq 16$ .  
Tüm  $x \in [0, 1]$  için  $-1 \leq 8x^2 - 8x + 1 \leq 1$  olduğundan  $(8, -8, 1)$  iyi üçlüdür ve  $\Delta(8, -8, 1) = 16$ . Sonuç olarak  $C = 16$ .