



Bilkent Üniversitesi  
Matematik Bölümü

## AYIN SORUSU

Temmuz-Ağustos 2010

### Soru:

Düzlemde

- i) herhangi üçü doğrudan olmayan
- ii) herhangi ikisi arasındaki uzaklık irasyonel olan
- iii) köşeleri bu noktalarda yerleşen herhangi üçgenin alanı rasyonel olan

2010 nokta bulunurmu?

### Çözüm:

Noktaları  $k = 1, 2, \dots, 2010$  olmak üzere  $A_k = (k, k^2)$  gibi seçelim. O zaman

i) tüm noktalar bir parabol üzerindedir. Parabolle doğru en fazla ki noktada keçişiyor, dolayısıyla herhangi üç  $A_k$  nokrası doğrudan olamaz

ii)  $A_m$  ve  $A_n$  noktaları arasındaki uzaklık irasyoneldir:  $|A_m, A_n| = \sqrt{(m-n)^2 + (m^2-n^2)^2} = |m-n| \cdot \sqrt{1+(m+n)^2}$

iii) Pick teoremine göre ( $A$ , köşelerinin koordinatları tam sayı olan bir düzlemsel poligon olsun.  $A$ 'nın iç nokta sayısı  $a$ , sınır nokta sayısı  $b$  ise,  $alan(A) = a + b/2 - 1$ ) köşeleri bu noktalarda yerleşen herhangi üçgenin alanı rasyoneldir.