



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Kasım 2009

Soru:

Doğal sayılar kümesi N , herhangi ikisi aralarında ayrışık olan A, B and C altkümelerine parçalanmıştır: $A \cup B \cup C = N$. Bir üçgenin kenarları olan sonsuz tane $a \in A, b \in B$ ve $c \in C$ sayılarının bulunabileceğini kanıtlayınız.

Çözüm:

Kenarları üçgen oluşturan **sadece sonlu tane** $a \in A, b \in B$ ve $c \in C$ sayılarının bulunduğunu varsayalım. A, B ve C kümelerinin sonsuzluğundan, $1 < a_1 < b_1 < c_1$ koşulunu sağlayan ve herbiri bu sonlu sayıdaki üçgenlerin kenarlarından büyük olan $a_1 \in A, b_1 \in B$ ve $c_1 \in C$ doğal sayıları bulunur. Uzunlukları $a_1, c_1, c_1 + 1$ olan ve ayrıca uzunlukları $b_1, c_1, c_1 + 1$ olan parçalar üçgen oluşturuyorlar. Demek ki $c_1 + 1 \in C$ olma zorundadır. Aynı argümanı tekrar tekrar kullanarak, c_1 den büyük tüm doğal sayıların C kümesine ait olduğunu ve dolayısıyla A ve B kümelerinin sonlu olduğunu elde ederiz. Çelişki.