



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Şubat 2007

Soru:

$P(x) = x^{2008} + a_{2007}x^{2007} + a_{2006}x^{2006} + \cdots + a_1x + a_0$ polinomunun 2008 gerçel kökü vardır, $Q(x) = \frac{x^2}{4} + x - 1$ olmak üzere $P(Q(x))$ polinomunun ise gerçel kökü yoktur. $a_0 + a_1 + \cdots + a_{2007} > 3^{2008} - 1$ olduğunu ispatlayın.

Çözüm:

$P(x)$ polinomunun kökleri $x_1, x_2, \dots, x_{2008}$ olsun. O zaman $P(x) = \prod_{i=1}^{2008} (x - x_i)$ ve $P(Q(x)) = \prod_{i=1}^{2008} (Q(x) - x_i)$ olur. Buradan herhangi x için $Q(x) = \frac{x^2}{4} + x - 1 \neq x_i$ veya $x_i < -2$ olduğunu elde ederiz.

Son olarak $a_0 + a_1 + \cdots + a_{2007} = P(1) - 1 = \prod_{i=1}^{2008} (1 - x_i) - 1 \geq 3^{2008} - 1$.