



Bilkent Üniversitesi
Matematik Bölümü

AYIN SORUSU

Ekim 2005

Soru: Aşağıdaki ifadeyi tamsayı yapan tüm n doğal sayılarını bulunuz:

$$\sqrt{\underbrace{14\dots4}_{n\text{-tane}}}.$$

Çözüm: $\underbrace{14\dots4}_{n\text{-tane}}$ sayısı $n = 2$ ve $n = 3$ için tam karedir: $144 = 12^2$ and $1444 = 38^2$. Diğer bütün $n \geq 4$ değerleri için $\underbrace{14\dots4}_{n\text{-tane}}$ 'nin tam kare olmadığını gösterelim. $\underbrace{14\dots4}_{n\text{-tane}} = m^2$ olduğunu kabul edelim. O zaman, $m = 2k$ olacak ve yerine koyduğumuzda $k^2 = \underbrace{361\dots1}_{n-2 \text{ tane}} = \underbrace{361\dots100}_{n-4 \text{ tane}} + 11$ elde edilecektir. Mod 4'te, sağ taraf 3 olacak, ama mod 4'te k^2 her zaman 0 veya 1'dir (aslında, $k = 4\ell + i, i = 0, 1, 2, 3$, ise, $k^2 = 4p + i^2 = 0, 1, 4$, veya $9 \pmod{4}$ 'tür). Böylece bir çelişki elde edilir.